

8. SOTSIAALSETE PROTSESSIDE MODELLEERIMINE

Põhiraskus: puuduvad fenomenoloogilised seadused

On olemas: vaatlused
aegread
kogemus
intuitsioon
...

Ettevaatus: tahtlik mõtlemine
(wishful thinking)

post hoc - propter hoc

ja ikkagi:
majandusmudelid
poliitikamudelid
psühholoogia
...

Statistilised meetodid

Põhieesmärk – teisendada suur algandmete hulk väikeseks arusaadavaks andmekogumiks

Statistika meetodid (vaatlusteooria, indeksiteooria, ...) ei esita eeltingimusi uuritavale kogumile

Matemaatiline statistika eeldab üldjuhul, et kogumi liikmete jaotumusseadus on teada.

Prognooserimisülesanded aegridade põhjal

- Nõuded: – empiirilise aegria andmed peavad olema piisavalt usaldusväärsed;
- aegrida peab olema piisavalt pikk;
 - aegrida iseloomustab tõesti üht ja sama nähtust;
 - uuritava nähtuse arengu seaduspärasus on üldjoontes teada.

Nõuded vaatlusele:

- vaatluse kogum peab olema representatiivne;
- rida meetodeid eeldab normaaljaotust;
- vaatluse kogum peab uuritavate tunnuste aspektist olema homogeenne (kihistunud andmebaas ei luba üldist korrelatsiooni);
- kahe tunnuse korrelatsiooni uurimisel tuleb olla veendunud, et nad pole mõjutatud ühisest kolmandast tegurist.

Majandustsüklid

T. Puu

- Y – sissetulek
- S – sääst on s osa sissetulekust
- K – kapitalimahutus on v osa sissetulekust
- I – investeering on definitsiooni kohaselt kapitali mahutuse muut (tuletis!)

Seega

$$I = v\dot{Y}$$

$$S = sY$$

Tasakaalu olukorras $I = S$

Olgu tasakaalust väljas

$$\dot{Y} \sim I - S$$

sissetulek sõltub

investeeringu ja säästu vahest

$$\dot{I} \sim v\dot{Y} - I$$

Me võtame
$$\begin{cases} \dot{Y} = I - sY \\ \dot{I} = v\dot{Y} - I \end{cases}$$

ehk $\ddot{Y} - (v - 1 - s) \dot{Y} + sY = 0$

→ kustuvad või kasvavad võnked

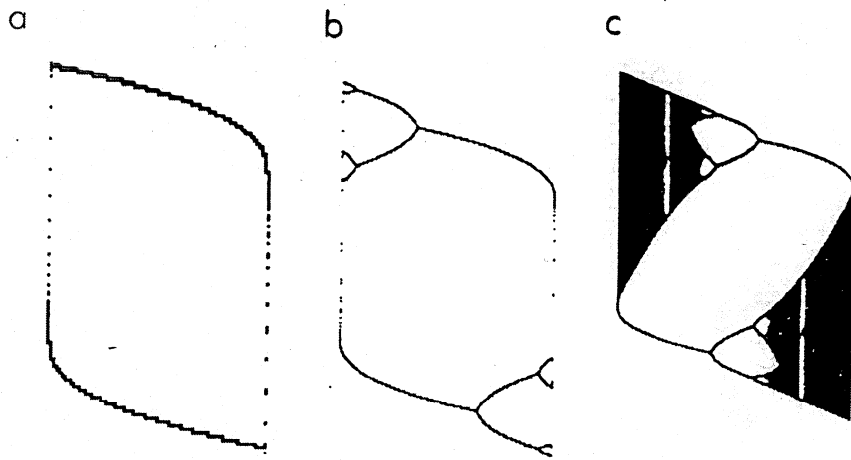
T. Puu soovib

$$I = v \left(\dot{Y} - \frac{1}{3} \dot{Y}^3 \right)$$

Siis

$$\ddot{Y} + sY = (v - 1 - s) \dot{Y} - \frac{v}{3} \dot{Y}^3$$

→ tekivad piirtsüklid



Võrrandite (10.8.6) bifurkatsioonidiagramm näitab ν muutumist: (a) $\nu = 1, 5$; (b) $\nu = 1, 85$; (c) $\nu = 2, 15$.

$$Y_{n+1} = Y_n + Z_{n+1},$$

$$Z_{n+1} = (\nu - s)Z_n - \nu Z_n^3 - (1 - \varepsilon)sY_{n-1}$$

Rahvastiku dünaamika

Hotellingi mudel (1921)

Kasv – Malthuse järgi logistiline

Ruumiline jaotus – difusioon (hajumine)

p – rahvastiku arv

S – piirväärtus

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \underbrace{A(s-p)p}_{\text{kasv}} + \underbrace{B\left(\frac{\partial^2 p}{\partial X_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial X_2^2}\right)}_{\text{difusioon}}, \quad A, B - \text{const}$$

ainult kasv

→ lubab negatiivset rahvastiku arvu!

$$\dot{p} = (1-p)p, \quad A=1, \quad s=1$$

T. Puu (1985) idee kohaselt

$$\dot{p} = (1+q-\gamma p)P$$

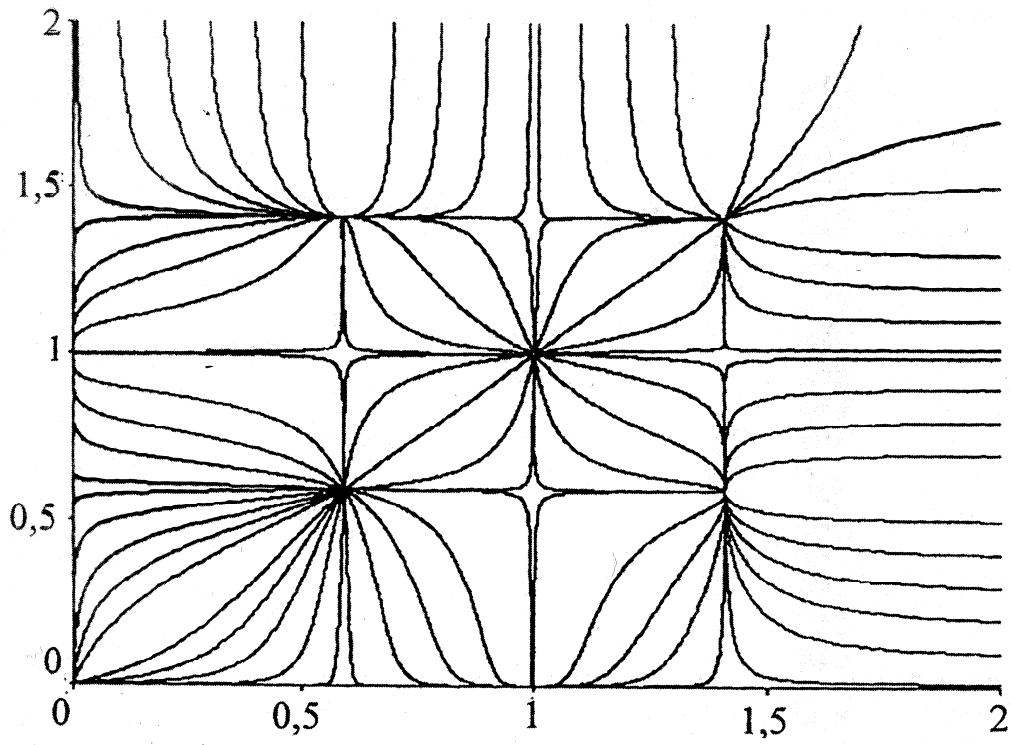
$$q = \alpha(\beta p^2 - p^3)$$

α - tehnoloogiline efektiivsus

β - tootmine kasvu iseloomustav tegur

q - tootmine

Lahend stabiilne, positiivne



Modifitseeritud Hotellingi mudeli faasitasand. *Puu, 1990.*

FINANTSMATEMAATIKA

Black – Scholes mudel (~ 1970)

Ei eksisteeri strateegiat, millel oleks ainult positiivne kasumi tõenäosus ilma võimaliku kaotuseta (“pole tasuta lõunad”)

Hinna kujunemine

$$dX_t = f(t, X(t))dt + g(t, X(t))dB_t$$

stohastiline diferentsiaalvõrrand

X – hind

$f(t, X)$ – tundlikkus muutuste suhtes
 (“jäme” muutus)

B_t – Browni liikumine

$g(t, X)$ – tundlikkus Browni jõu suhtes
 (“peen” muutus)

Black-Scholes mudel

$$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

S – aktsia hind

V – tuletise hind

σ – volatiilsus

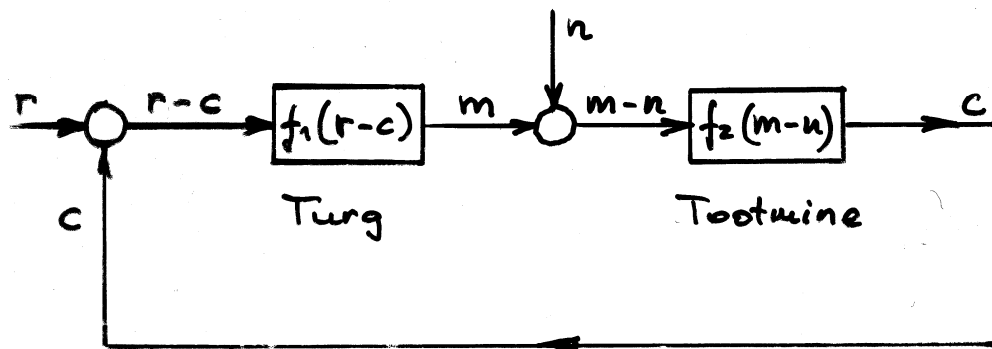
r – riski vaba intressimäär

Adam Smith

**(mehhanistlik idee
põhines Newtonil)**

c pakkumine
r nõudlus
m turuhind
n omahind

Sisend-väljund mudel tagasisidega



Ricardo, Walras, Pareto

Keynes

von Neumann & Morgenstern "Theory of Games and
Economic Behaviour"

Nobeli majandusteaduspreemia, alates 1969

1976 Friedman

Näited:

1. Katastroofiteooria
2. Börsiindeksid
3. Asustuste kujunemine
 - abstraktne mudel
 - linnad ideaalis
 - linnad tegelikkuses: Cardiff, Berliin
4. Veneetsia doodzi valimine
5. Vigade avastamise mudel
6. Viiteid

Näide 1. Katastroofiteooria

Katastroofid:

volt: $x^3 + ax$

tagasipööre: $x^4 + ax^2 + bx$

pääsusaba: $x^5 + ax^3 + bx^2 + cx$

liblikas: $x^6 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx$

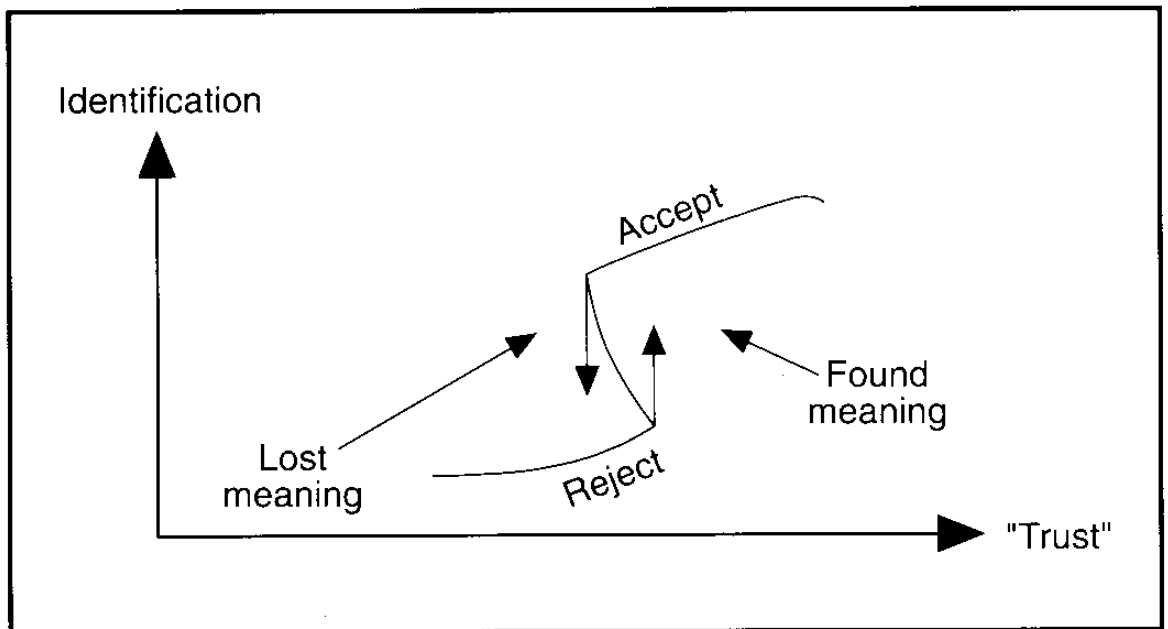
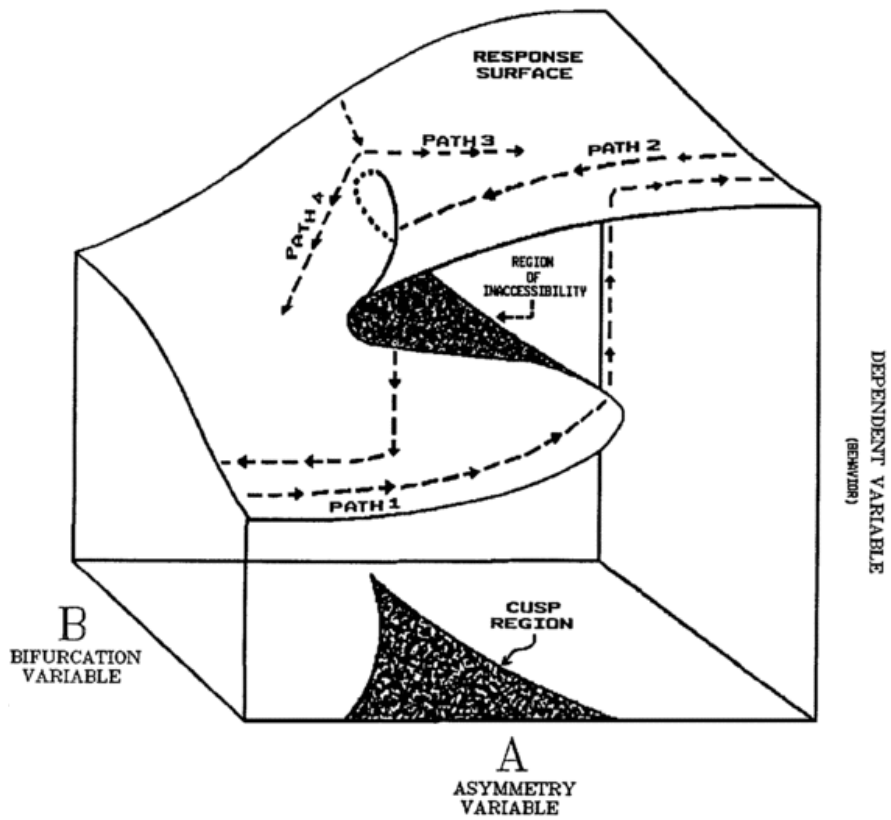
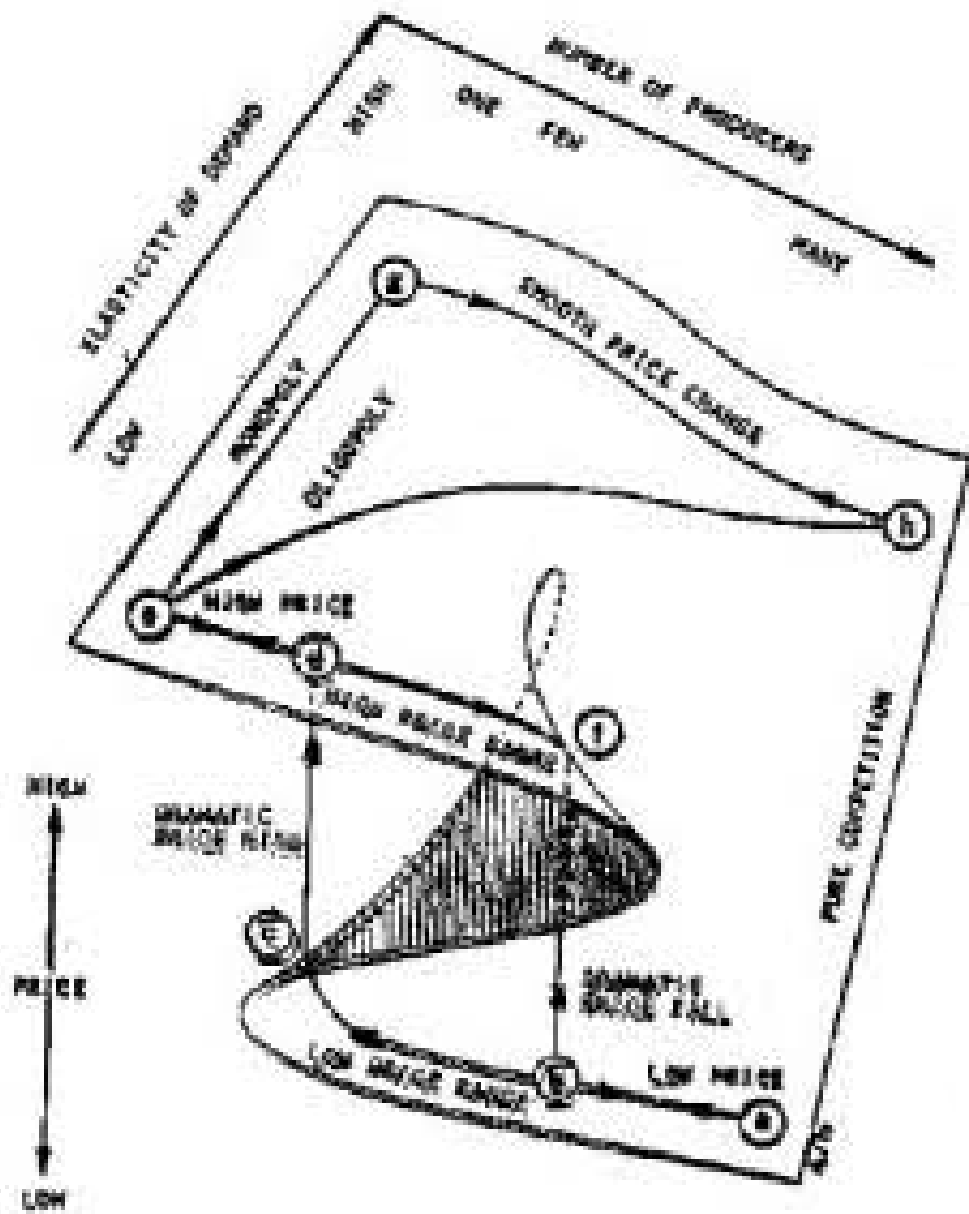


Figure 25. Effects of competition and elasticity of demand on price



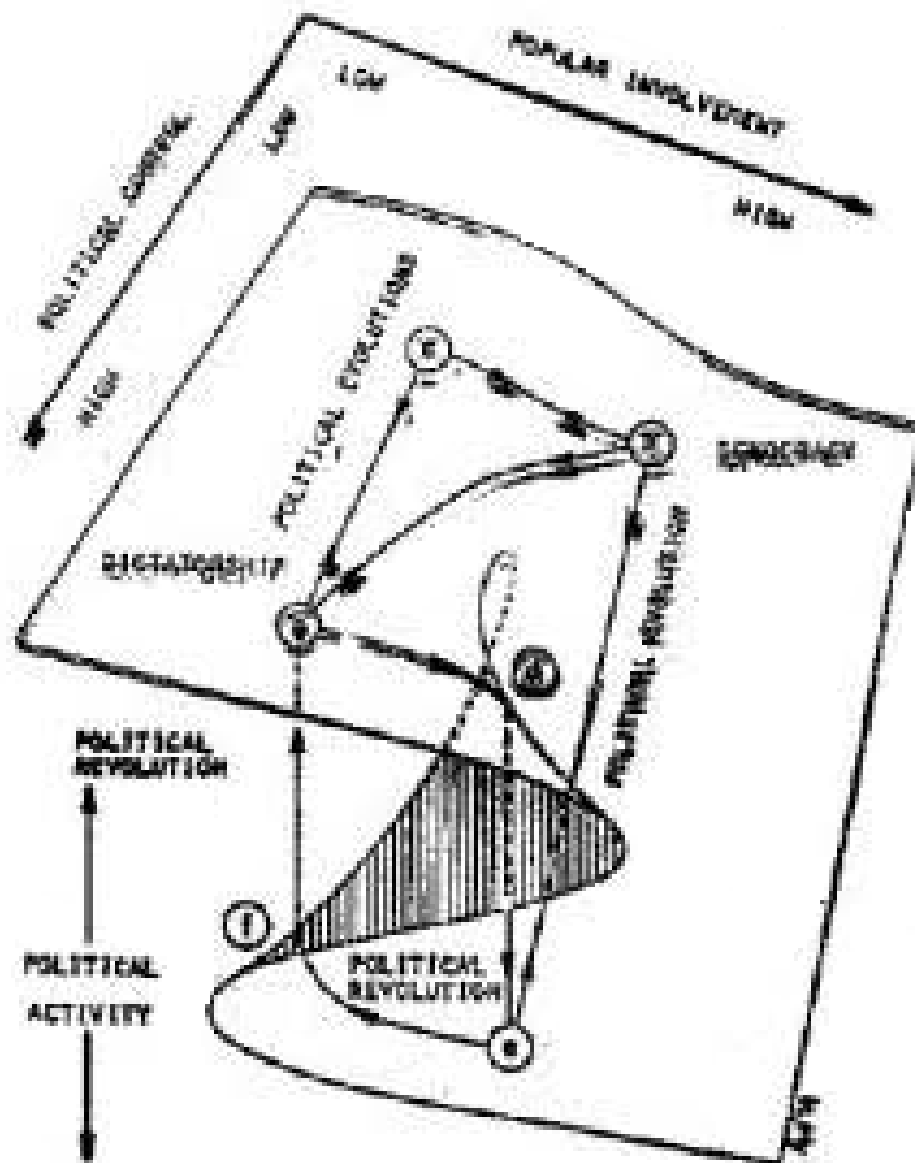


Figure 28. Political evolution and revolution.

Näide 2. Börsiindeksid

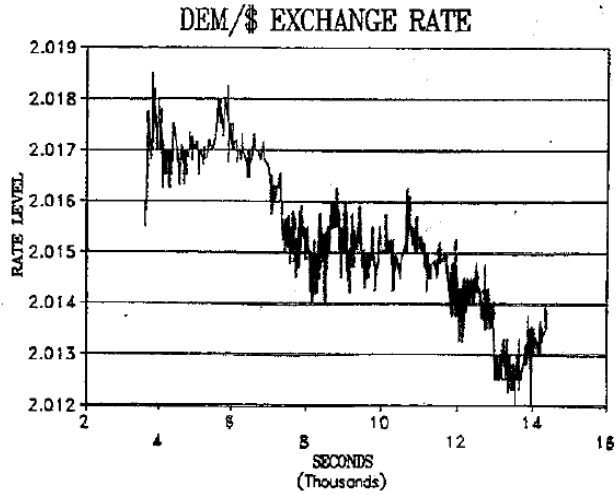
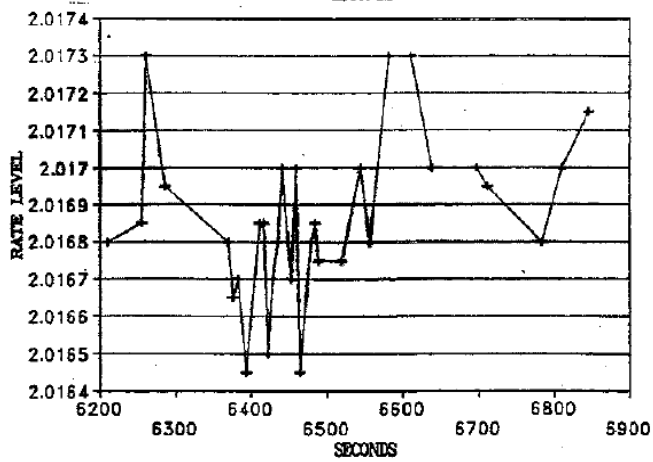
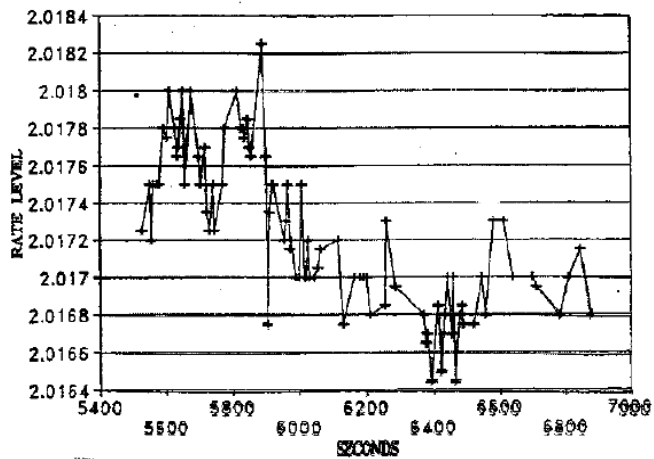
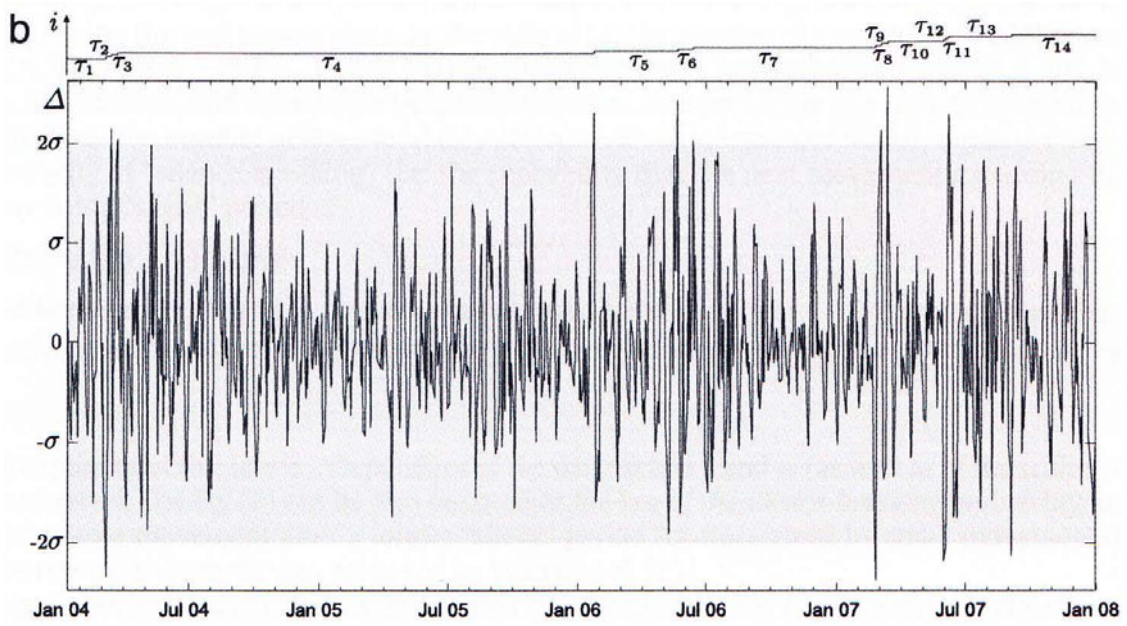
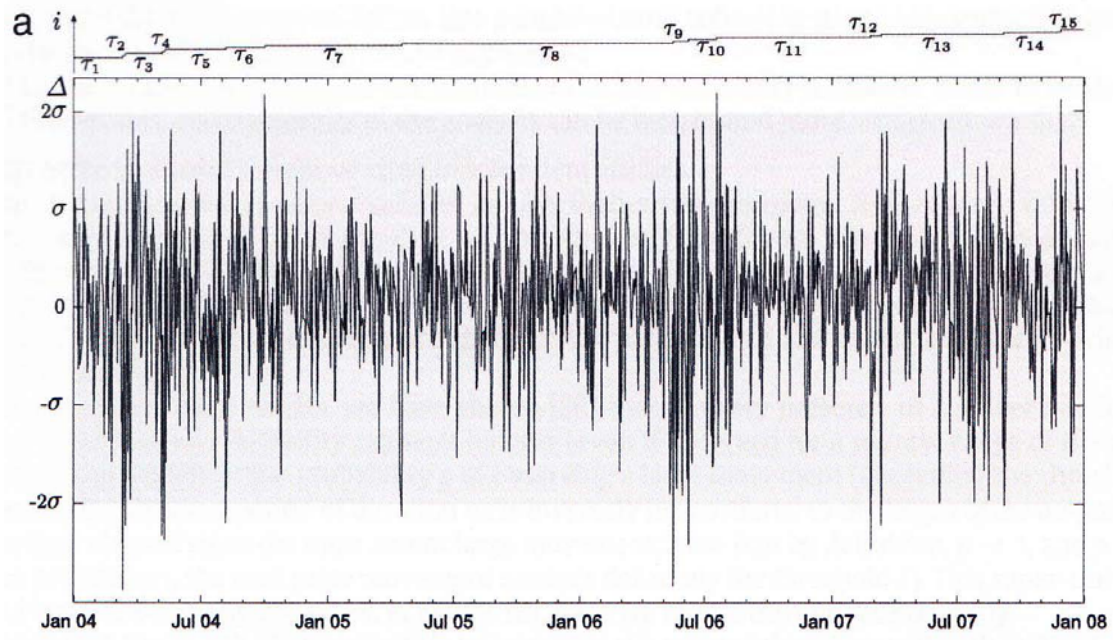


Figure 9. Dollar/Deutsche Mark exchange rates for June 14, 1989 over different intervals. (a) A three hour interval; (b) a 25 minute interval; (c) a 10 minute interval.





Näide 3. Asustuse kujunemine

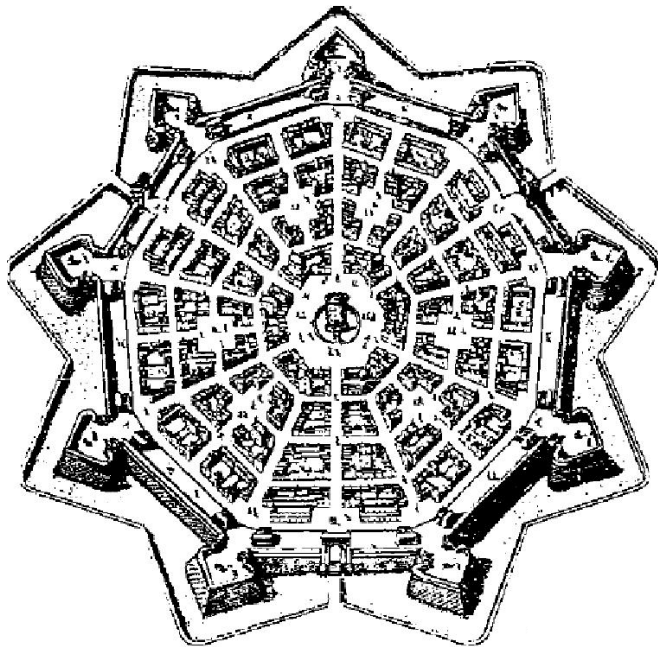


Fig. 9.20 Geometric cities: (a) the grid-iron plan is a common feature of North American cities, such as Washington DC; (b) the radial design of the Renaissance city of Palma Nuova in Italy. (Images: (a) Michael Batty, University College, London; (b) from Batty & Longley 1994, after Morris 1979.)

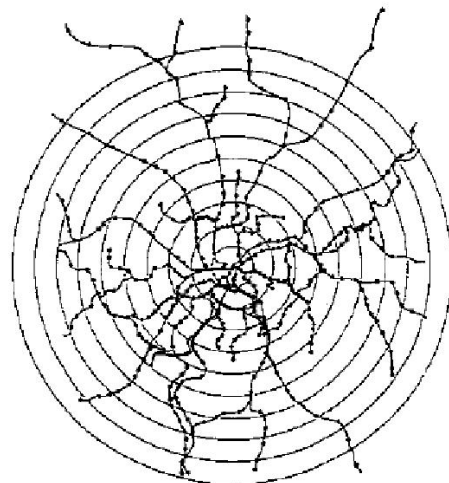


Fig. 9.21 The Paris metro is a branched network with a fractal form. (Image: M. Deud, CEN Saclay)

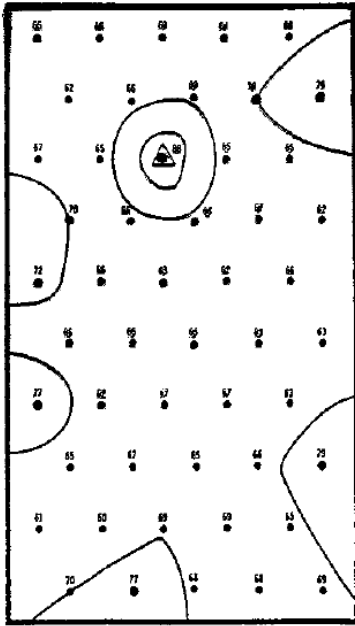
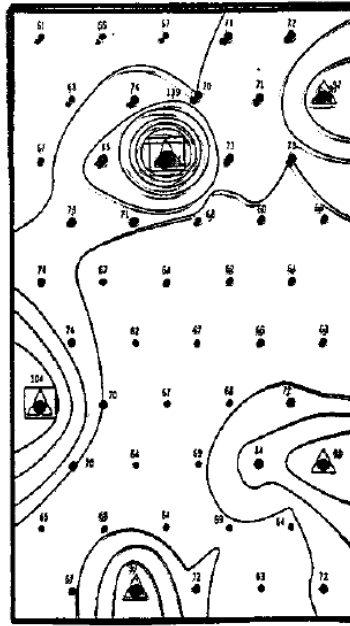
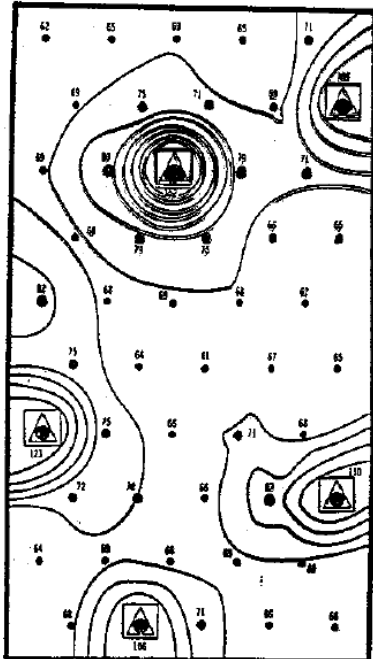


Figure 22. A possible history of "urbanization." ● have only function 1; ○ have functions 1 and 2; △ have functions 1, 2 and 3. □ are the largest centers, with functions 1, 2, 3, and 4. A; (= 0 (not represented), all points



have a "position" of 67 units. At 67, the largest center is going through a maximum (162 population units); this is followed by an "urban sprawl," with creation of satellite sites; the sites accrue around the second main center



Berlin

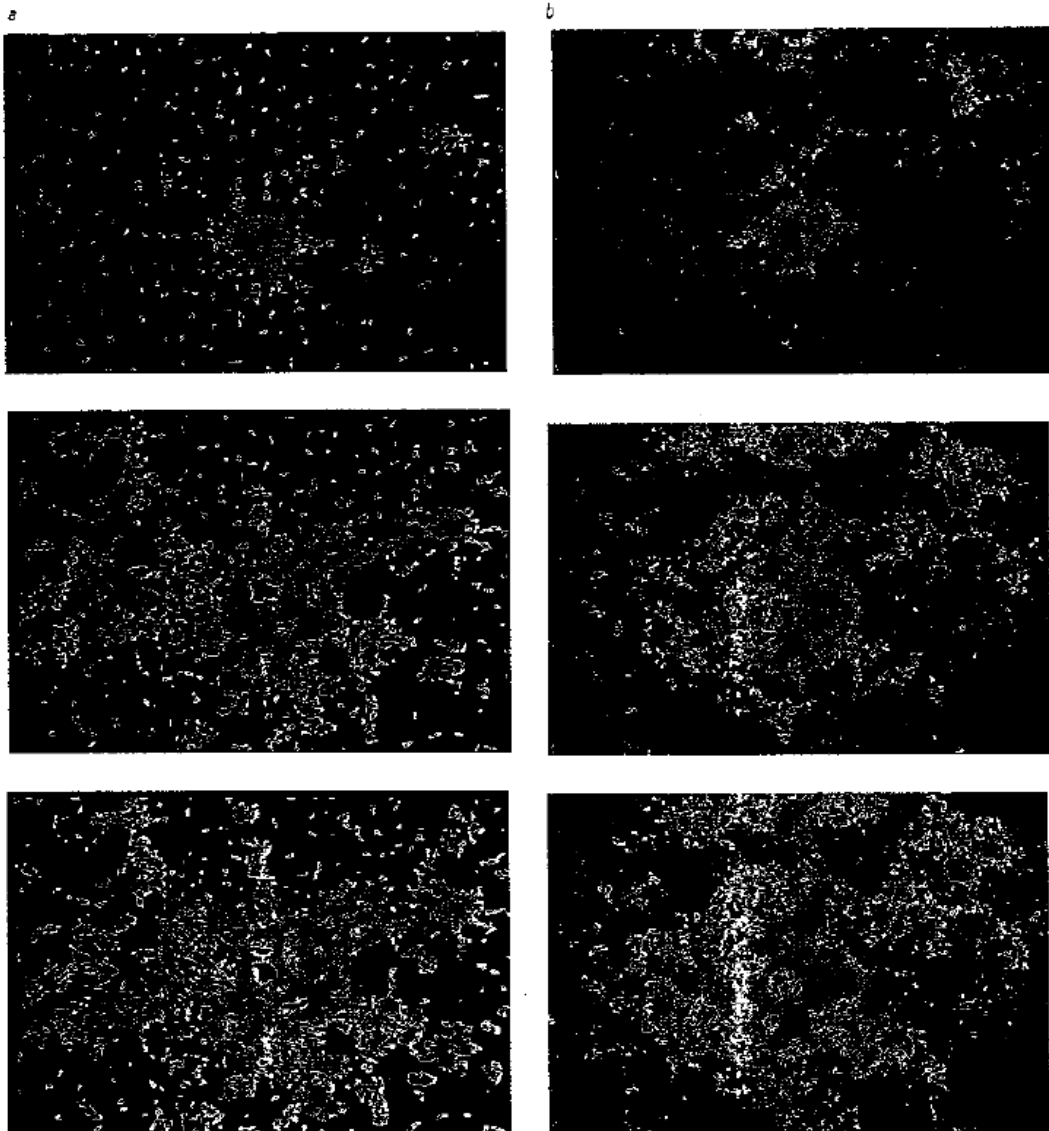


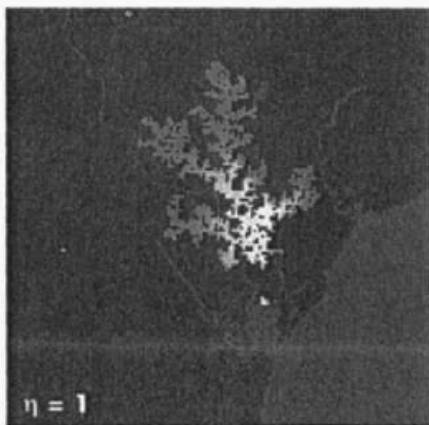
Fig. 9.26 (a) The growth of Berlin from 1875 to 1945. (b) The growth of a city predicted by the correlated percolation model. (Images: Hernán Makse.)

Cardiff

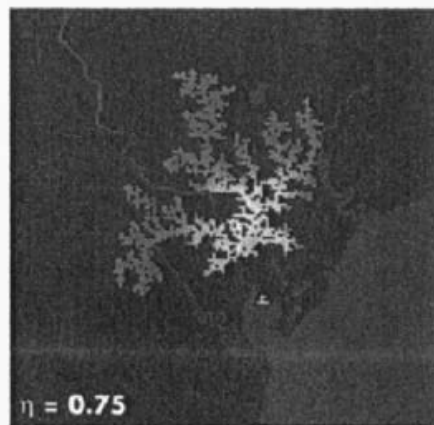


Fig. 9.23 The DBM has been used to model the growth of the city of Cardiff, which is constrained by a coastline and by two rivers. (a) The structure of the real city today, with the city shown as dark grey and the sea as light grey. (b-e) Model simulations for different values of the parameter η in the model. The best match occurs for a value of η around 0.75. Note that bridges are included to allow the city to spill over the rivers in two places. In these simulated images, earlier growth is shown as lighter. (Images: Michael Batty.)

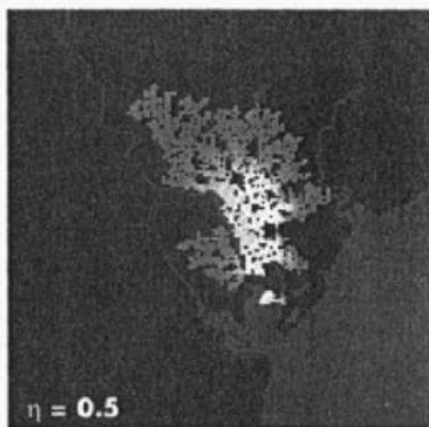
a



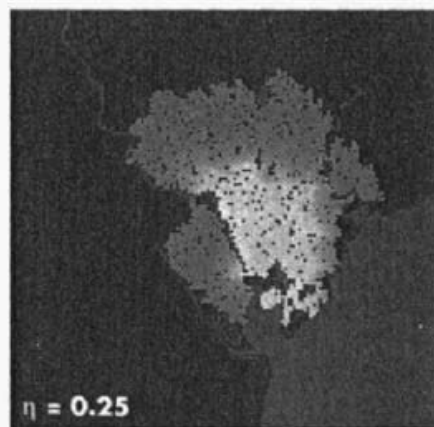
b



c

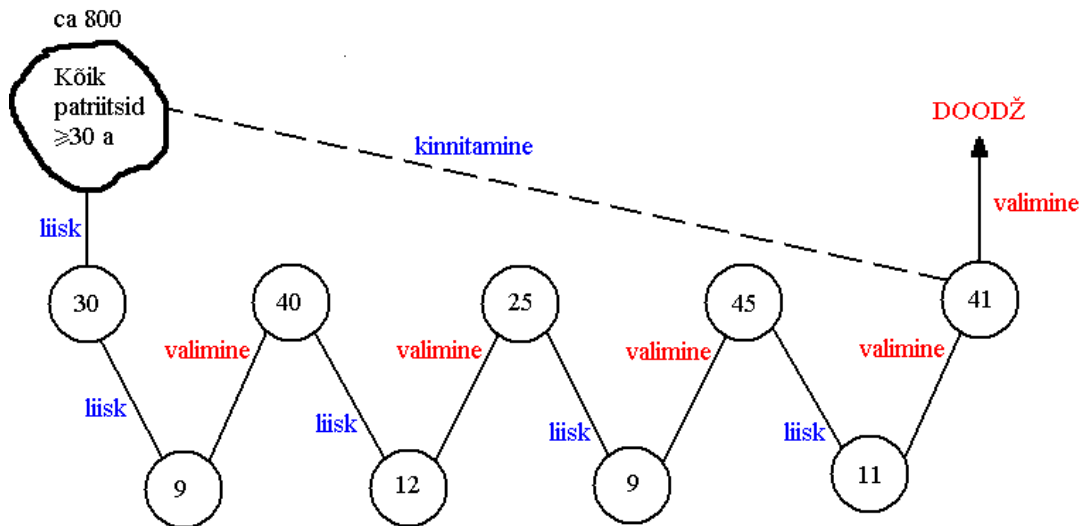


d



e

Näide 4. Veneetsia doodzi valimine



Näide 5. Vigade avastamise mudel

Käsikirjas on E trükiviga;

1. korrektor Ants avastab A trükiviga;
2. korrektor Jaan avastab B trükiviga;

Mõlemate korrektorite avastatud vigade ühissumma C.

Avastamata vigade arv $E - A - B + C$.

Olgu: Antsu poolt avastatud vigade tõenäosus p
Jaan poolt avastatud vigade tõenäosus q

Siis: $A = pE$, $B = qE$
 $C = pqE$ (mõlemad töötavad sõltumatult)

$$AB = pqE * E$$

$$AB = CE$$

$$\begin{aligned} \text{Teisendus: } E - A - B + C &= \frac{AB}{C} - A - B + C = \\ &= \frac{AB - AC - BC + CC}{C} = \\ &= \frac{(A - C)B - (A - C)C}{C} = \\ &= \frac{(A - C)(B - C)}{C} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \text{Avastamata} \\ \text{vigade arv} \end{array} = \frac{\left[\begin{array}{l} \text{Ainult Antsu} \\ \text{poolt avastatud} \\ \text{vigade arv} \end{array} \right] \times \left[\begin{array}{l} \text{Ainult Jaani} \\ \text{poolt avastatud} \\ \text{vigade arv} \end{array} \right]}{\left[\begin{array}{l} \text{Mõlema poolt} \\ \text{avastatud} \\ \text{vigade arv} \end{array} \right]}$$

Näide 6. Viiteid

Duverger'i seadus, hüpotees ja mehhaaniline ning psühholoogiline toime.

R.Taagepera.

Ootused Eesti inflatsiooni võrrandites.

U.Sepp, M.Rell. Tallinn 2001

Stability of equilibria in multi-party political systems.

I.Petersen. Institute of Cybernetics, Estonian Academy of Sciences. Mathematical Social Sciences 21 (1991) 81-93

Introduction to mathematical Finance: Discrete Time Models.

S.R.Pliska. Blackwell, Malden, MA, 1997.

The Black Swan. The Impact of Highly Improbable.

N.N.Taleb. Random House, 2007

Generalized Scale-Invariance in Financial Time Series.

R.Kitt. Tallinn UT, PhD thesis, 2005.